

Mū tōrere

Ce document a été préparé par Roger Mansuy pour la journée d'animation du jeudi 7 novembre 2019 à l'atelier mathématique du collège Henri Becquerel à Avoine.

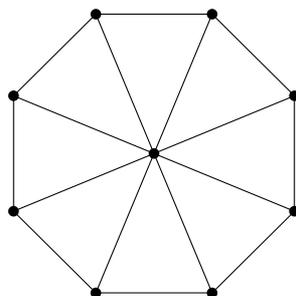
Mū tōrere est un ancien jeu maori (un peuple d'origine polynésienne habitant la Nouvelle-Zélande) qui oppose deux joueurs. Il a notamment été étudié par l'ethnomathématicienne¹ Marcia Ascher dans son livre *Ethnomathematics : A Multicultural View of Mathematical Ideas* (1991).

I Règles du jeu

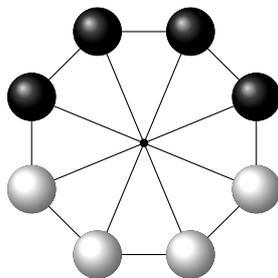
I.1 Dispositif

Le plateau de jeu comporte neuf positions :

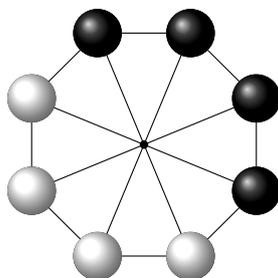
- huit aux sommets d'un octogone (appelés *Kewai*),
- une au centre (appelé *Putahi*).



Chaque joueur dispose de quatre pions (blancs pour l'un, noir pour l'autre) initialement dans la position suivante



Bien évidemment, le jeu est « invariant par rotation » et on pourrait démarrer depuis la position

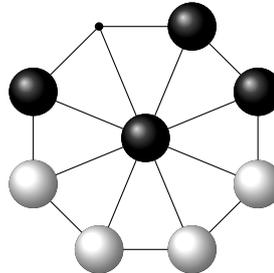


1. D'après Wikipedia, l'ethnomathématique est l'étude du rapport entre les mathématiques et la culture, de l'essor et de l'évolution des pratiques mathématiques dans des groupes sociaux, aussi bien dans les premières sociétés, que dans des groupes identifiables au sein des sociétés modernes.

I.2 Règles du jeu

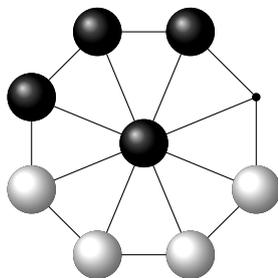
Les joueurs déplacent un pion tour à tour (Noir commence) avec les règles suivantes :

- un joueur déplace vers l'emplacement libre un pion de sa couleur qui est voisin de la place libre;
- un pion ne peut être déplacé vers le centre que s'il admet un voisin d'une autre couleur que la sienne. Par exemple, ce premier mouvement n'est pas licite :

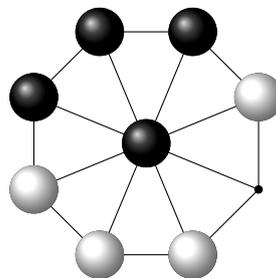


Voici par exemple un début de partie :

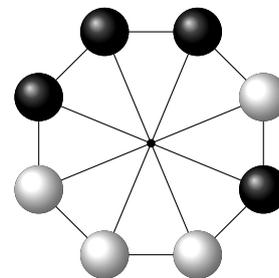
1. Noir vient de jouer



2. Blanc vient de jouer



3. Noir vient de jouer



Exercice 1.1

Expliquer pourquoi les mouvements des étapes 2 et 3 sont imposés par le premier mouvement de Noir.

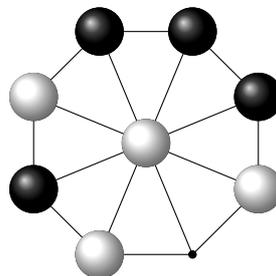
Exercice 1.2

Déterminer toutes les configurations possibles après quatre coups joués.

I.3 Fin de partie

C'est un jeu de blocage : le joueur qui ne peut plus bouger de pion a perdu.

Dans l'exemple suivant, Blanc vient de jouer et son adversaire, Noir, ne peut pas jouer : il a donc perdu!

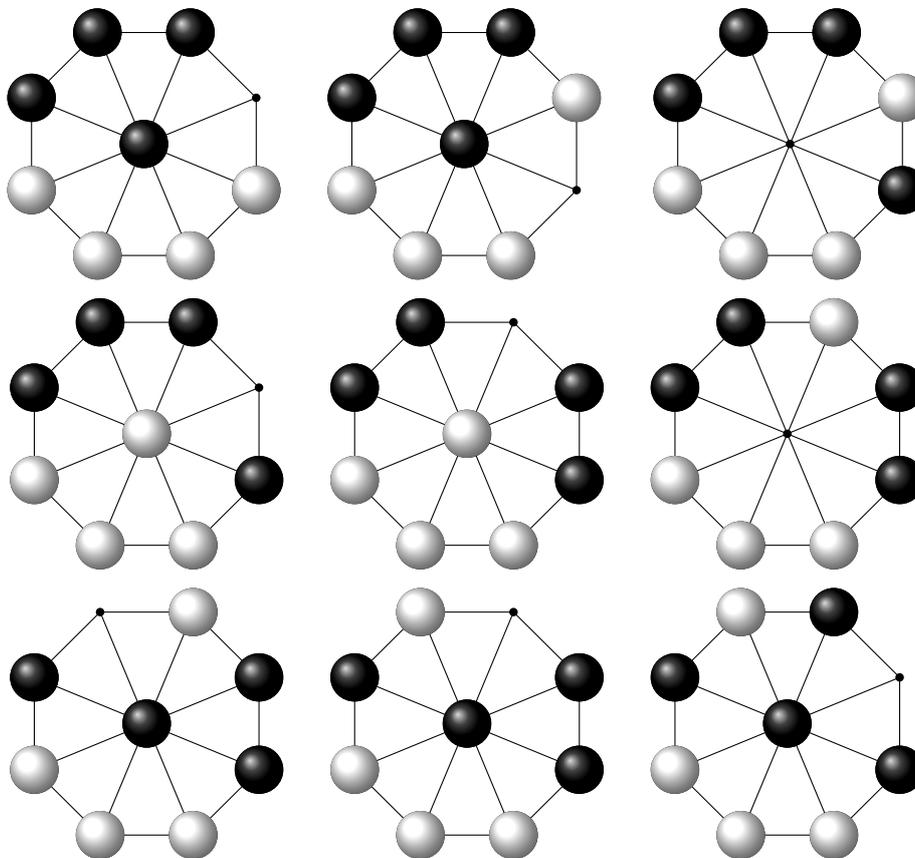


Exercice 1.3

Déterminer le dernier coup que Blanc a joué pour arriver à la configuration ci-dessus.
Existe-t-il plusieurs réponses à cette question ?

I.4 Plus courte partie

Voici une partie avec victoire de Noir en neuf coups (lire de gauche à droite puis de haut en bas).



Exercice 1.4

Trouver la plus courte partie possible avec victoire des blancs puis avec victoire des noirs.

II Petits dénombrements

Exercice 1.5

1. Dénombrer l'ensemble des configurations victorieuses.
2. Pourquoi Maria Ascher affirme-t-elle qu'il n'y a que six configurations victorieuses?

Maria Ascher calcule précisément le nombre de configurations réellement distinctes et en trouve 92 dont 6 impossibles.

Exercice 1.6

Trouver les six configurations (trois où ce sont aux blancs de jouer, trois où ce sont aux noirs).

Exercice 1.7

Expliquer par quelle méthode on pourrait retrouver le calcul de Maria Ascher (on ne le mènera pas).

III Variante simplifiée

Exercice 1.8

Que penser du jeu simplifié avec quatre pions (deux blancs et deux noirs) initialement disposés autour d'un carré (à la place de l'octogone) ?

Exercice 1.9

Étudier le jeu avec six pions (trois blancs et trois noirs) initialement disposés autour d'un hexagone (à la place de l'octogone).