

Exercice 1.4

Avant le 15 février 1971, au Royaume-uni, on utilisait des pièces de 1d (penny), 3d, 6d, 1s (shilling soit 12d), 2s, 1 half crown (soit 2s et 6d), 1 crown (soit 5s), 1 pound (soit 20 s).

Supposons que vous soyez un commerçant et que vous ayez suffisamment de pièces et de billets dans votre tiroir-caisse : que rendez-vous à un client qui vous tend une pièce de 1 pound pour payer un achat de

1. 11s?

2. 3s?

3. 5d?

4. 3s et 6d?

Remarque 2

Un système équivalent « livre/sou/denier » a été utilisé en France de la réforme monétaire de Charlemagne en 781 jusqu'à la réforme de la révolution le 18 germinal an III : une livre est divisée en 20 sous et un sou est lui-même divisé en 12 deniers.

II Comparaisons de systèmes

Exercice 1.5

On cherche à comparer deux systèmes de valeurs :

- un système inspiré du vieux système britannique avec des valeurs de 1, 3, 6, 12, 24, 30 et 60,
- un système inspiré du modèle actuel en euros 1, 2, 5, 10, 20, 50.

1. Pour chacun des systèmes et chaque somme s entre 1 et 100, indiquer le nombre minimal de valeurs nécessaires pour obtenir la somme s .
2. Quel est le meilleur système ?

Dans l'exemple précédent, on remarque qu'il n'y a pas le même nombre de valeurs disponibles dans les deux systèmes. On fait donc évoluer le système « euro » en ajoutant une nouvelle valeur et on reprend la comparaison.

Exercice 1.6

Dans un système euros amélioré, on dispose des valeurs : 1, 2, 5, 10, 20, 32, 50.

1. Pour chaque somme s entre 1 et 100, indiquer le nombre minimal de valeurs nécessaires pour obtenir la somme s .
2. Ce système est-il meilleur que l'ancien système britannique ?

III Algorithme glouton

L'algorithme glouton pour le rendu de monnaie consiste à toujours rendre la plus grande valeur possible. Par exemple, si vous devez rendre 73 dans un système monétaire où les valeurs sont 1, 3, 6, 12, 24, 30 et 60,

1. vous rendez d'abord 60 car c'est la plus grande valeur possible inférieure à 73 et il reste 13;
2. vous rendez ensuite 12 car c'est la plus grande valeur possible inférieure à 13 et il reste 1;
3. vous rendez enfin 1.

Exercice 1.7

Déterminer les valeurs rendues par l'algorithme glouton lorsqu'il faut rendre 64 avec le système 1, 2, 5, 10, 20, 32, 50. Est-ce optimal ?

Exercice 1.8

Considérons les deux systèmes 1, 2, 5, 10, 20, 32, 50 et 1, 2, 5, 10, 20, 50, 75.

1. Lequel est le meilleur si on applique l'algorithme glouton ?
2. Lequel permet le meilleur rendu de monnaie ?

Il faudra définir ce que l'on appelle « meilleur » dans les deux cas.